ملاحظة : في المحاضرات أحياناً يكون ترتيب بعض الأشياء مغايراً لترتيب الدكتور ، فمثلاً أعطى الدكتور مسألة "المتهمين الثلاثة " في المحاضرة الرابعة وحلها في الخامسة ، أما هنا في المحاضرات فقد كُتبت نصاً وحلاً في المحاضرة الخامسة . وكذلك أعطى أمثلة لتوضيح الاسناديات ونص مسألة عليها ومن ثمَّ أعطى تعريف الاسنادية ، أما هنا فقد كُتِب التعريف قبل ومن ثم الأمثلة ، والمسألة سيتم كتابتها نصاً وحلاً في المحاضرة السابعة .

سنبدأ بمقدمة بسيطة في منطق الاسناديات وذلك لتوضيح بعض المفاهيم التي ستمر معنا في منطق المكممات.

منطق الاسناديات(منطق الدرجة الأولى) *The Predicate Logic(The first order logic)*

أهمية منطق الاسناديات:

على الرغم من أن منطق الفرضيات (حساب الفرضيات أو المنطق الكلاسيكي) يمكننا من دراسة القضايا المنطقية بشكل جيد ومعرفة صحتها من خطئها إلا أنه لا يوفر لغة غنية تمكننا من توصيف عددٍ لا بأس به من الظواهر، فمثلاً الموضوعة المشهورة:
كل رجل فان ، سقراط رجل ،سقراط فان .

A_1: *All men are mortal.*

A_2: *Socrates is a man .*

A_3: *Socrates is a mortal.*

لا يمكننا باستخدام المنطق الكلاسيكي استنتاج A_3 من A_1 و A_2 ، لأنه في منطق الفرضيات لا يمكننا توصيف العلاقة الكائنة بين كل من A_1 و A_2 و A_3 .

ملاحظة: سنتعامل مع اللغة الإنكليزية كثيراً ،لعرض الأفكار لأن استخدام اللغة الانكليزية اسهل للفهم. وشكل الكتابة.

مثال آخر:

B_1: *Dima is Sami's mother .* (ديما والدة سامي)

B_2: *Dima is Rami's mother.* (ديما والدة رامي)

B_3: *Sami and Rami are brothers.* (سامي ورامي أخوة)

في المنطق الكلاسيكي لا أستطيع أن أستنتج العلاقة بين سامي ورامي ، أي في هذه الحالة لا يمكننا الاعتماد على B_1 و B_2 لاستنتاج B_3 في المنطق الكلاسيكي ، لكن في منطق الاسناديات يمكننا إجراء ذلك .
ففي منطق الاسناديات نعتبر اللغة هي عبارة عن مجموعة من الاسناديات ، والآن سنأتي إلى تعريف الاسنادية

الاسنادية (*predicate*):

في اللغة الإنكليزية : هي جزء من الجملة الذي يقوم بتوصيف الفاعل(إعطاء معلومات إضافية عنه) ، أي هي عبارة عن كلمات تصف لنا علاقة ما .

مثال:

$$\underbrace{Sami}_{subject\ (\text{الفاعل})}\quad \underbrace{is\ a\ student}_{predicate\ (\text{الاسنادية})}.$$

المحاضرة (6)

في منطق الاسناديات : الاسنادية هي عبارة عن جملة (*Sentence*) تضم عدد منتهي (ندعوه *arity*) من المتحولات وتصبحُ الاسناديةُ عبارةً (*Statement*) عندما نقوم بإسناد قيم محددة لهذه المتحولات.

والمتحولات في إسنادية يمكن أن تأخذ قيما في مجال(مجموعة) ما ندعوه *Domain* أو *Universe* ونرمز له بـ U ، ويمثل مجموعة القيم الممكنة لمتحولات الاسنادية .

مثال:

Sami is a student .

في منطق الاسناديات لا نكتب هذه الجملة هكذا ، بل نكتبها كما يلي : $is_a_student(Sami)$

أو على الشكل $stud(Sami)$ أو $p(Sami)$ ، (يمكن وضع أي اسم أو رمز للإسنادية)

وللتعبير على أن x طالب غير محدد نكتب : $is_a_student(x)$ أو $stud(x)$ أو $p(x)$.

إن كل الإسنادية $p(x)$ هي جملة تحوي متحول واحد ، ولا يمكننا الحكم عليها بأنها صحيحة أو خاطئة ، لأن قيمة x من يحدد ذلك.

فإذا كانت $x = sami$ وكان سامي طالب فعلاً ، فإن $\underbrace{p(sami)}_{\text{هذه عبارة}}$ صحيحة.

ملاحظة : الفرق بين الجملة *Sentence* والعبارة *Statement* : الجملة هي تجريد (قالب) للعبارة فمثلاً:

Subject verb object هذه جملة.

Ahmad studies math هذه عبارة .

بشكل عام يكون شكل الاسنادية $p(t_1, t_2, \dots, t_n)$.

حيث p هو رمز(اسم) الاسنادية *predicate symbol (name)* و $t_1, t_2, \dots, t_n$ عدد منتهي من المتحولات (مفردات *terms*).

يوجد عدة أنواع من الاسناديات :

١- **علاقة أحادية** (بمتحول واحد) *Unary relation*:

مثل : *Sami is tall* الاسنادية هي $is_tall(x)$ أو $T(x)$ وعندما *x=Sami* فإن الجملة السابقة تصبح $T(Sami)$.

٢- **علاقة بـ n متحول** *n-ary relation* : علاقة تأخذ عدة متحولات

مثل : *Sami and Rami are brothers* نعبر عنها بالعبارة $are_brothers(Sami, Rami)$

أو بـ $brothers(Sami, Rami)$ أو مثلاً بـ $b(Sami, Rami)$ وتكون الاسنادية هي $brothers(x, y)$ أو $b(x,y)$

أو نكتب b_{xy} . ولاحظ في هذه الاسنادية $b(x,y) = b(y,x)$ أو $b_{xy} = b_{yx}$ أي العلاقة تبديلية .

٣- **دالة** Function : هنا لدينا مقدمات تؤدي لنتيجة واحدة فقط .

مثل : *Hadi is father of Sami* نعبر عنها بالعبارة $is_father_of(\underbrace{Hadi}_{\text{الأب}}, \underbrace{Sami}_{\text{الابن}})$ أو $f(Hadi,Sami)$

والاسنادية هي $is_father_of(x,y)$ أو $f(x,y)$.

ونلاحظ أن $f(x,y) \neq f(y,x)$

نتيجة :

يمكن اعتبار الاسنادية تجريد لمجموعة من الجمل المنطقية ، وكل جملة منطقية تعبر عن حالة محددة (خاصة) من الاسنادية .

عندما يكون لدينا إسنادية فنحن لا نعرف قيمتها المنطقية صحيحة أو خاطئة أي أن قيمتها المنطقية لا يمكن معرفتها مسبقاً بدون تحديد قيمة المتحول x .

فمثلاً الاسنادية $tall(x)$ لا أعرف قيمتها أما $tall(Sami)$ أستطيع ان أعرف قيمتها المنطقية فإذا كان سامي طويلاً فقيمتها المنطقية تكون 1 $(true)$ وإن لم يكن كذلك فإن قيمتها تكون 0 $(false)$.

كذلك الاسنادية Student(x) لا يمكننا معرفة قيمتها المنطقية مسبقاً دون تحديد قيمة لـِ x ولكن :

$$Student(Sami) = \begin{cases} 1 & if\ Sami\ is\ a\ student \\ 0 & if\ Sami\ isn't\ a\ student \end{cases}$$

والاسنادية $P(x,y) = \big((x \wedge y) \Longrightarrow (y \Leftrightarrow x)\big)$ أيضاً لا يمكن تحديد قيمتها المنطقية، أما إذا كان لدينا قضايا معلومة q, r ، فإن $P(q,r) = \big((q \wedge r) \Longrightarrow (r \Leftrightarrow q)\big)$ يمكن تحديد قيمتها فيما إذا كانت صحيحة أو خاطئة بناءً على قيم q, r .

أمثلة أخرى : (أعطاها الدكتور كتمهيد في المحاضرة السابقة)

لتكن لدينا العبارة : أحمد يسكن في دمشق والعبارة: سامر يسكن في دمشق ، لنجرد القضية فتصبح شخص يسكن في دمشق

Ahmad lives in Damascus أحمد يسكن في دمشق .

لنكتبها على الشكل $lives_in(Ahmad, Damascus)$

ولنجرد القضية لتصبح $lives_in(x\ , Damascus)$ ، فيمكن النظر لهذه الكتابة على أنها مثل دالة وسميناها "يسكن في " وهي تتبع لمتحول واحد x والمتحول الثاني ثابت (عرفنا بنية رياضية شبيهة بالدالة).

يمكننا التجريد أكثر من ذلك بأنْ نكتب $lives_in(x\ , y)$ ليصبح معناها اللغوي الشخص x يسكن في المدينة y . فإذا كان x=Ahmad و y=Damascus فإن القيمة المنطقية لـِ $lives_in(Ahmad, Damascus)$ صحيحة .

أما القيمة المنطقية لـِ $lives_in(Rami, Damascus)$ خاطئة ، على اعتبار أن رامي فعلاً لا يسكن في دمشق أما أحمد فهو يسكن في دمشق فعلاً .

وإذا أدرنا أن نعبر عن الجملة "كل الأشخاص يسكنون في دمشق" ، فإننا نكتب $\forall x\ \ lives_in(x\ , Damascus)$

حيث الرمز $\forall$ يدل على مكمم الشمول الذي سنأتي على ذكره لاحقاً

ويمكن التعبير عن الجملة " يوجد شخص(واحد على الأقل) يسكن في دمشق" ، فنكتب $\exists x\ \ lives_in(x\ , Damascus)$

والرمز $\exists$ يدل على مكمم الوجود الذي سنأتي على ذكره أيضاً.

المكممات

تمهيد : لتكن العبارة *All forth-year student study logic* (كل طلاب السنة الرابعة يدرسون المنطق)

حتى نتمكن من التعبير عن هذه العبارة كإسنادية نحتاج إلى المكممات

نريد الآن دراسة قوانين منطقية تتعلق بعبارت تضم كميات بغض النظر عن تحديد هذه الكميات (لا يمكننا تحديد عدد معين مثلاً كأن نقول 150 طالب في السنة الرابعة يدرسون المنطق ، نهتم بأن جميعهم أو يوجد واحد على الأقل)

مكمم الشمول *Universal quantifier* : يُرمز له بـ $\forall$ وعند كتابة $\forall x\ p(x)$ فإننا نعني بها :

For every (for all) x , p(x) is true من أجل كل قيم لـ x فإن $p(x)$ صحيح . قيم x مأخوذة من المجموعة U .

مكمم الوجود *Existential quantifier* : يُرمز له بـ $\exists$ وعند كتابة $\exists x\ p(x)$ فإننا نعني بها:

There exists a value for x such that p(x) is true توجد قيمة لـ x تجعل $p(x)$ صحيح . قيم x مأخوذة من المجموعة U.

مثال: لتكن $U=\{1,2,3\}$ مجموعة القيم المنطقية $(Domain)$ ولتكن الاسنادية : $p(x)$

$$\forall x\ p(x) \equiv p(1) \wedge p(2) \wedge p(3)$$

أي كل من $p(1)$ و $p(2)$ و $p(3)$ صحيحة .

$$\exists x\ p(x) \underbrace{=}_{\text{تجاوزاً}} p(1) \vee p(2) \vee p(3)$$

أي واحدة على الأقل من $p(1)$ أو $p(2)$ أو $p(3)$ صحيحة .

ملاحظة :

إذا كان $c \in U$ فإن

$p(c) \Longrightarrow \exists x\ p(x)$ واضحة.

$\forall x\ p(x) \Longrightarrow p(c)$ إذا كان $p(x)$ صحيحة من أجل كل قيم $x \in U$ فهي صحيحة من أجل c .

.: انتهت المحاضرة السادسة :.